BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN

PHẠM THANH HIẾU

PHƯƠNG PHÁP LẶP GIẢI BẤT ĐẲNG THỨC BIẾN PHÂN TRÊN TẬP ĐIỂM BẤT ĐỘNG CỦA NỬA NHÓM KHÔNG GIÃN TRONG KHÔNG GIAN BANACH

LUẬN ÁN TIẾN SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN - 2016

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN

PHẠM THANH HIẾU

PHƯƠNG PHÁP LẶP GIẢI BẤT ĐẲNG THỨC BIẾN PHÂN TRÊN TẬP ĐIỂM BẤT ĐỘNG CỦA NỬA NHÓM KHÔNG GIÃN TRONG KHÔNG GIAN BANACH

Chuyên ngành: Toán Giải tích
Mã số: 62 46 01 02

LUẬN ÁN TIẾN SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học: 1. TS. Nguyễn Thị Thu Thủy
2. GS. TS. Nguyễn Bường

THÁI NGUYÊN - 2016

LỜI CAM ĐOAN

Các kết quả trình bày trong luận án là công trình nghiên cứu của tôi, được hoàn thành dưới sự hướng dẫn của TS. Nguyễn Thị Thu Thủy và GS. TS. Nguyễn Bường. Các kết quả trình bày trong luận án là mới và chưa từng được công bố trong các công trình của người khác.

Tôi xin chịu trách nhiệm về những lời cam đoan của mình.

Tác giả

Phạm Thanh Hiếu

LỜI CẢM ƠN

Luận án này được hoàn thành tại Trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên (ĐHTN) dưới sự hướng dẫn tận tình của GS. TS. Nguyễn Bường và TS. Nguyễn Thị Thu Thủy. Tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới Thầy và Cô.

Trong quá trình học tập và nghiên cứu, thông qua các bài giảng và seminar tác giả luôn nhận được sự quan tâm giúp đỡ và những ý kiến đóng góp quý báu của GS. TSKH. Phạm Kỳ Anh, GS. TSKH. Lê Dũng Mưu, GS. TSKH. Đinh Nho Hào, GS. TSKH. Nguyễn Xuân Tấn, GS. TS. Trần Vũ Thiệu, GS. TS. Nguyễn Văn Hiền, GS. TS. Jean Jacques Strodiot, PGS. TS. Cung Thế Anh, PGS. TS. Nguyễn Năng Tâm, PGS. TS. Phạm Ngọc Anh, PGS. TS. Hà Trần Phương, PGS. TS. Phạm Hiến Bằng, PGS. TS. Phạm Việt Đức, TS. Nguyễn Công Điều, TS. Vũ Mạnh Xuân và TS. Trịnh Thị Diệp Linh. Từ đáy lòng mình tác giả xin được bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến các Thầy và Cô.

Tác giả xin chân thành cảm ơn Bộ phận đào tạo Sau đại học - Ban đào tạo ĐHTN, Bộ phận đào tạo Sau đại học - Phòng Đào tạo Trường Đại học Sư phạm (ĐHSP), Ban Giám hiệu Trường ĐHSP - ĐHTN và Ban Giám hiệu Trường Đại học Nông Lâm (ĐHNL) - ĐHTN đã tạo mọi điều kiện tốt nhất để tác giả có thể hoàn thành luận án của mình. Tác giả xin bày tỏ lời cảm ơn các thầy cô giáo, bạn bè đồng nghiệp trong Bộ môn Giải tích, Khoa Toán - Trường ĐHSP và Khoa Khoa học cơ bản - Trường ĐHNL - ĐHTN cùng toàn thể anh chị em nghiên cứu sinh đã luôn quan tâm, động viên, trao đổi và đóng góp những ý kiến quý báu cho tác giả trong suốt quá trình học tập, nghiên cứu, seminar và hoàn thành luận án.

Tác giả xin kính tặng những người thân yêu trong gia đình niềm vinh hạnh to lớn này.

Tác giả

Phạm Thanh Hiếu

Mục lục

Danh sách các ký hiệu và chữ viết tắt

H	không gian Hilbert
E	không gian Banach
E^*	không gian đối ngẫu của E
S_E	mặt cầu đơn vị của E
$\mathbb{R}$	tập các số thực
$\mathbb{R}^+$	tập các số thực không âm
sgn	hàm dấu
$\cap$	phép giao
$\inf M$	cận dưới đúng của tập hợp số M
$\sup M$	cận trên đúng của tập hợp số M
$\max M$	số lớn nhất trong tập hợp số M
$\min M$	số nhỏ nhất trong tập hợp số M
$\emptyset$	tập rỗng
$\forall x$	với mọi x
$D(A)$	miền xác định của toán tử A
$R(A)$	miền ảnh của toán tử A
A^{-1}	toán tử ngược của toán tử A
I	toán tử đồng nhất
c	không gian các dãy số hội tụ

c_0	không gian các dãy số hội tụ về 0
$C[a, b]$	không gian các hàm liên tục trên đoạn $[a, b]$
$l^p,\ 1 \le p < \infty$	không gian các dãy số khả tổng bậc p
l_∞	không gian các dãy số bị chặn
$L^p[a, b],\ 1 \le p < \infty$	không gian các hàm khả tích bậc p trên đoạn $[a, b]$
L_∞	không gian các hàm bị chặn
$d(x, C)$	khoảng cách từ phần tử x đến tập hợp C
$\mathcal{H}(C_1, C_2)$	khoảng cách Hausdorff giữa hai tập hợp C_1 và C_2
$\limsup\limits_{n\to\infty} x_n$	giới hạn trên của dãy số $\{x_n\}$
$\liminf\limits_{n\to\infty} x_n$	giới hạn dưới của dãy số $\{x_n\}$
$\alpha_n \searrow \alpha_0$	dãy số thực $\{\alpha_n\}$ hội tụ giảm về α_0
$x_n \to x_0$	dãy $\{x_n\}$ hội tụ mạnh về x_0
$x_n \rightharpoonup x_0$	dãy $\{x_n\}$ hội tụ yếu về x_0
J_q	ánh xạ đối ngẫu tổng quát
J	ánh xạ đối ngẫu chuẩn tắc
j	ánh xạ đối ngẫu chuẩn tắc đơn trị
$\delta_E(\varepsilon)$	mô đun lồi của không gian Banach E
$\rho_E(\tau)$	mô đun trơn của không gian Banach E
$\mathrm{Fix}(T)$	tập điểm bất động của ánh xạ T
∂f	dưới vi phân của hàm lồi f
$W_p^m(\Omega)$	không gian Sobolev
n	số bước lặp
$\mathrm{int}(C)$	phần trong của tập hợp C
$\mathrm{CVI}(F, C)$	bất đẳng thức biến phân cổ điển trên tập C
$\mathrm{VI}(F, C)$	bất đẳng thức biến phân trên tập C với $F : E \to E^*$
$\mathrm{VI}^*(F, C)$	bất đẳng thức biến phân trên tập C với $F : E \to E$

Danh sách hình vẽ

Mở đầu

Cho H là không gian Hilbert, C là một tập con lồi đóng của H và $F : H \to H$ là một ánh xạ. Bài toán bất đẳng thức biến phân cổ điển (*classical variational inequality*), ký hiệu là CVI(F, C), được phát biểu như sau:

$$\textit{Tìm điểm } x_* \in C \textit{ thỏa mãn: } \langle Fx_*, x - x_* \rangle \geq 0 \quad \forall x \in C. \tag{0.1}$$

Bài toán bất đẳng thức biến phân được nhà toán học người Italia, Stampacchia (Lions và Stampacchia, 1967 [52]; Stampacchia, 1964 [68]), đưa ra đầu tiên vào cuối những năm 60 và đầu những năm 70 của thế kỷ trước. Từ đó đến nay, bất đẳng thức biến phân luôn là một chủ đề mang tính thời sự, thu hút được nhiều nhà toán học quan tâm nghiên cứu do vai trò quan trọng của bài toán trong lý thuyết toán học cũng như trong nhiều ứng dụng thực tế. Bất đẳng thức biến phân được chỉ ra là một công cụ quan trọng để nghiên cứu các bài toán cân bằng chẳng hạn như bài toán cân bằng mạng giao thông [35], [58], bài toán cân bằng thị trường độc quyền nhóm, bài toán cân bằng tài chính [56] và bài toán cân bằng di cư [11], [48].

Các nghiên cứu về bất đẳng thức biến phân có thể chia theo hai hướng chính bao gồm sự tồn tại nghiệm (Chen, 1992 [29]; Giannessi, 2000 [37]) và các phương pháp giải bất đẳng thức biến phân. Cho đến nay người ta đã thiết lập được nhiều kĩ thuật giải bất đẳng thức biến phân, chẳng hạn phương pháp chiếu của Lions (1977) [51], nguyên lý bài toán phụ của Cohen (1980) [33], phương pháp điểm gần kề của Martinet (1970) [55], phương pháp điểm gần kề quán tính do Alvarez và Attouch (2001) [6] đề xuất và phương pháp hiệu chỉnh dạng Browder–Tikhonov (Browder, 1966